

No.051

在 $\triangle ABC$ 中, $a = \sqrt{11}$, $b - c = \sqrt{7}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{5}$, 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 。

by CXY。

No.052

有一个 3×3 的网格, 有一个人最开始位于左下角, 他要向右上角走去。他每次走一步都会从上、下、左、右、左上、左下、右下七个方向中等概率的随机选择一个方向走 (如果这个方向没有格子, 那么他一定不会选择这个方向, 例如在左上角他只会从右、下、右下三个方向中随机选择一个方向), 且到达右上角后就停止不再走动, 求他期望走多少步可以走到右上角。

by CXY。

No.053

求 $\sin(x^2 + x + 1) + \cos(x - 1) = 0$ 的解集。

by CXY。

No.054

在 $\triangle ABC$ 中, O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $5\overrightarrow{OA} + 6\overrightarrow{OB} + 7\overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$, 求 $\cos A$ 。

by CXY。

No.055

求函数 $f(x) = \sqrt{3 + 3 \cos x} + \sqrt{1 - \cos x}$ 的最大值和最小值。

by HAR。

No.056

若 $\tan \theta = \frac{3}{7}$, 求下式的值:

$$\frac{\cos^3 \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} - \frac{2}{\cos^4 \theta - 1}$$

by CXY。

No.057

已知 $|\mathbf{a}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{b}| = \sqrt{3}$, 且满足 $|\lambda\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| = 2|\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}|$ ($\lambda \in \mathbb{R}_+$) , 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 的最大值。

by CXY。

No.058

对于集合 X 和函数 $f: X \rightarrow X$, 定义 f 的 n 次迭代 $f^{[n]}$ 为:

- 若 $n = 1$, 则 $f^{[1]} = f$ 。
- 若 $n > 1$, 则 $f^{[n]} = f \circ f^{[n-1]}$ 。

其中 $f \circ g$ 表示函数复合, 即 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ 。

若 $f(x) = \frac{2x}{3x + 5}$, 求 $f^{[n]}(x)$ 。

by CXY。

No.059

$\triangle ABC$ 中, H 为垂心, 且 $4\overrightarrow{HA} + 5\overrightarrow{HB} + 7\overrightarrow{HC} = \mathbf{0}$, 求 $\sin A$ 的值。

by CXY。

No.060

求函数 $f(x) = \ln(\sin x + \cos x + \sin x \cos x)$ 的定义域和值域。

by CXY。