

No.041

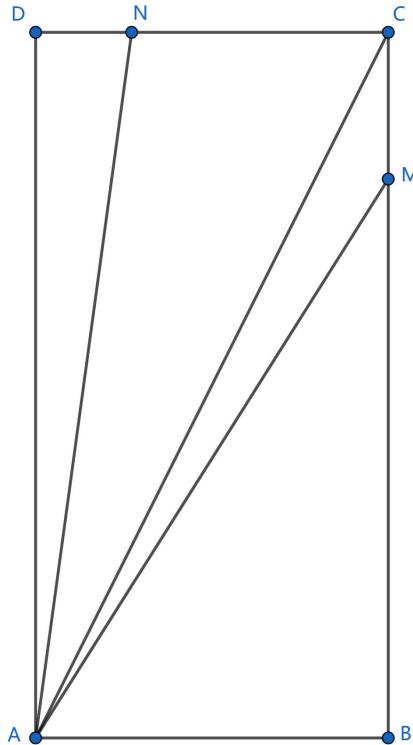
若实数 $x, y, z \geq 0$ 满足 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 求下式的最小值:

$$\frac{5-x}{5-2x} + \frac{5-y}{5-2y} + \frac{5-z}{5-2z}$$

by CXY.

No.042

如图所示, 在长方形 $ABCD$ 中, 有 $AB = 2, AD = 4$, M, N 分别为 BC, DC 边上的两点, 满足 $CM^2 \cdot CN = 1$ 。若有 $\overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AM} + y\overrightarrow{AN}$, 求 $x + y$ 的最大值。



by CXY.

No.043

平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{e} = 2, \mathbf{b} \cdot \mathbf{e} = -3$ (其中 \mathbf{e} 为单位向量, 即 $|\mathbf{e}| = 1$) , 且有 $|\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 = 50$, 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 的最大值。

by CXY.

No.044

若 $\triangle ABC$ 三边长分别为 $BC = a, AC = b, AB = c$, G, H, I, O 分别为 $\triangle ABC$ 的重心、垂心、内心、外心。试用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 分别表示 $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AO}$ 。

by CXY。

No.045

有一些同学参加考试，考试共有 15 道选择题，每道题有 3 个选项，若任意 3 名学生中都有至少一题的答案互不相同，求至多有多少同学参加考试。

by CXY。

No.046

求函数 $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, 使得:

$$f(xf(x) + y^2) = yf(y) + x^2$$

by CXY。

No.047

设 H 是 $\triangle ABC$ 的垂心，且 $5\overrightarrow{HA} + 7\overrightarrow{HB} + 11\overrightarrow{HC} = \mathbf{0}$ ，求 $\cos \angle BHC$ 的值。

by CXY。

No.048

已知 O 是 $\triangle ABC$ 的外心，且 $\overrightarrow{AO} = 4\overrightarrow{AB} + 11\overrightarrow{AC}$ ，求 $\frac{|AB|}{|AC|}$ 。

by CXY。

No.049

一个袋子里有 4 个红球、5 个绿球、6 个篮球和 7 个白球，这些球除了颜色外没有区别，现在一个人从袋子里随机拿球，求对于每一个颜色，该颜色先被拿完的概率。

by CXY。

No.050

在边长均为 1 的正 n 边形中， n 个顶点分别为 A_1, A_2, \dots, A_n ， P 为该 n 边形内一点（含边界），求 $\left| \sum_{i=1}^n \overrightarrow{PA_i} \right|$ 的最大值。

by CXY。