

No.031

求解函数方程：

$$f(x) + 2f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x$$

by CXY。

No.032

有一枚均匀的硬币（即抛出正反面的概率相同），反复抛该硬币直至连续四次抛掷出现“正反反正”局面，求期望抛多少次硬币。

by CXY。

No.033

设正实数 a, b, c, d 满足 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$ ，求下式的最小值：

$$\frac{a^3}{2} + \frac{b^3}{4} + \frac{c^3}{5} + \frac{d^3}{6}$$

by CXY。

No.034

二次函数 $f(x)$ 满足：

$$f(f(x)) = -8x^4 + 40x^3 - 36x^2 - 35x$$

求 $\sqrt{f(x)}$ 的值域。

by CXY。

No.035

若 (w, x, y, z) 为方程 $w + x + y + z = 100$ 的正整数解，求其中 $w \leq x \leq y \leq z$ 的概率。

by CXY。

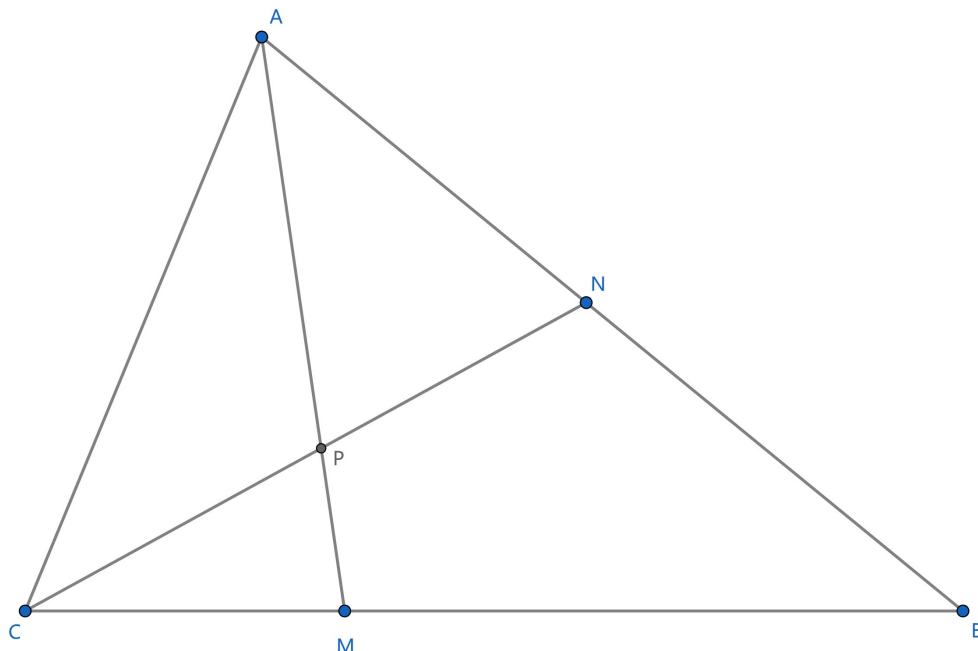
No.036

对 3×2024 的方格图用红、绿、蓝三种颜色进行染色，每个格子都等概率的是三种颜色之一，求任意两个相邻格子颜色都不相同的概率（可用指数形式表示）。

by CXY。

No.037

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, N 为线段 AB 上一点, 满足 $\overrightarrow{AN} = \alpha \overrightarrow{NB}$, M 为 BC 上一点, 满足 $\overrightarrow{CM} = 2\alpha^3 \overrightarrow{MB}$, 线段 CN 与线段 AM 交于点 P 。求当 α 变化时, $\frac{AP}{PM}$ 的最小值。



by CXY。

No.038

若正整数 n 满足: 将 $(x+1)^n$ 展开后按 x 的幂次从小到大排序, 若存在连续三项的系数为等差数列, 则称 n 是“好的”。若三位数 $n = \overline{abc}$ (即 $n = 100a + 10b + c$) 是“好的”, 求使得 $a + 2b + 3c$ 最小的 n 。

by CXY。

No.039

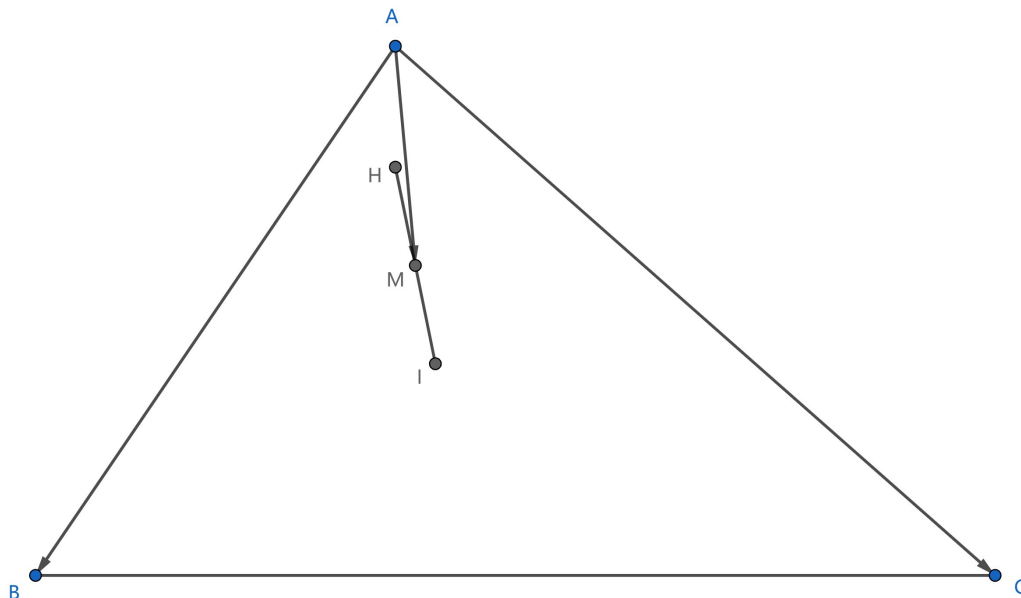
若 a, b, c 是正实数, 求下式的最小值:

$$\frac{a^3 + 2}{b + c} + \frac{b^3 + 2}{c + a} + \frac{c^3 + 2}{a + b}$$

by CXY。

No.040

如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, AC = 5, BC = 6$, I 为内心, H 为外心, M 为 IH 的中点, 求 AM 。



by CXY。