

No.021

设函数 $f(x) = 3^x + m(x - 2) + n$ 在 $[2, 4]$ 上存在零点, 求 $m^2 + n^2$ 的最小值。

by HAR.

No.022

对于集合 X 和函数 $f: X \rightarrow X$, 定义 f 的 n 次迭代 $f^{[n]}$ 为:

- 若 $n = 1$, 则 $f^{[1]} = f$ 。
- 若 $n > 1$, 则 $f^{[n]} = f \circ f^{[n-1]}$ 。

其中 $f \circ g$ 表示函数复合, 即 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ 。

设集合 $U = \{x | 1 \leq x \leq 100, x \in \mathbb{N}_+\}$, 函数 f 为满足定义域与值域均为 U 的随机函数, 求 $f^{[30]}(1) = 1$ 的概率。

by CXY.

No.023

若 a, b, c 均为正实数且 $2b > 3c, 4c > 5a$, 求下式的最小值:

$$1458b^5 + \frac{1}{a(2b - 3c)(4c - 5a)}$$

by CXY.

No.024

这一次的英语考试变难了, 原来的七选五现在变成了十选七, 我们的英语学渣还是只会蒙题, 不过他知道七个选项全都不同, 所以他会随机的从合法的蒙法中选择一种来作为自己的答案, 求他七道题全错的概率。

by CXY.

No.025

你要选择一组 (a, b) 满足以下条件:

- $a + b \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $a - \sqrt{3}b \leq \sqrt{3}$
- $b - a \leq 1$

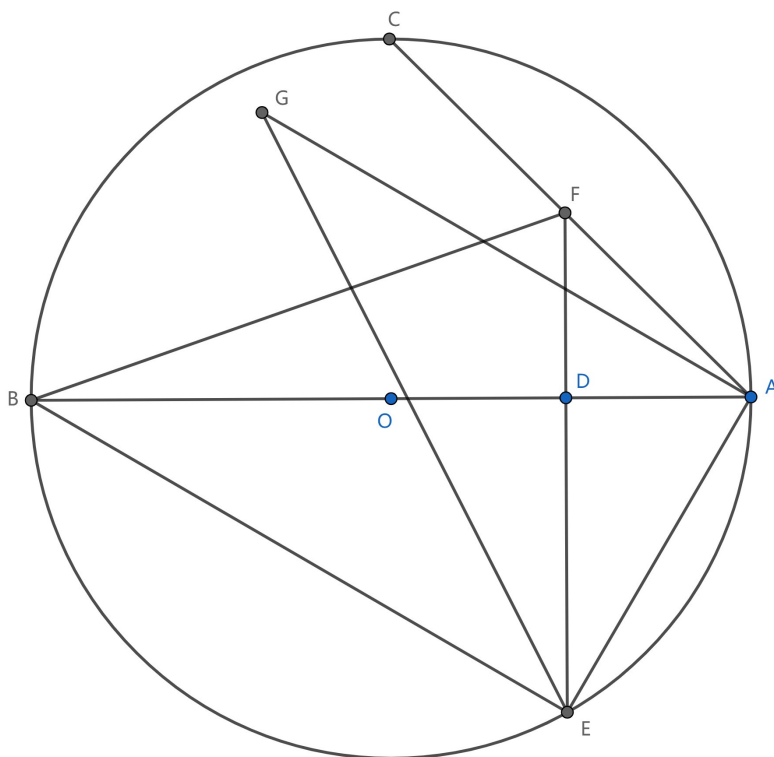
不过你很懒，只会从 $\{(a,b)|a^2+b^2\leq 1\}$ 中随机选择一个 (a,b) ，试问这样选出来的这组数满足上述条件的概率是多少。

by CXY。

No.026

如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $\angle BAC = 45^\circ$ ， D 是半径 OA 上的一动点， $DE \perp AB$ 交 $\odot O$ 于点 E ，交 AC 于点 F ，过 A 做 BE 的平行线 AG 且满足 $AG = BF$ 。求证：

$$S_{\triangle AEG} \geq S_{\triangle BDE} + S_{\triangle ADF}.$$



by HAR。

No.027

有 10 级台阶，每次会随机选择向上走 2 级台阶或向下走 1 级台阶（特别地，到达第 10 级台阶后不再走动，第 9 级台阶无法向上走，地面无法向下走），求期望多少步可以走到第 10 级台阶。

by CXY。

No.028

求函数 $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ ，使得 $f(x^5) - f(x^3) = 1$ 。

by CXY。

No.029

设正实数 a, b, c 满足 $a + b + c = \frac{4}{3}$, 求证:

$$7(a+b)^2 + 7(b+c)^2 + 7(c+a)^2 + 9abc \geq \frac{1408}{81}$$

by CXY。

No.030

甲乙轮流抛掷一枚质地均匀的硬币, 若连续四次抛掷结果出现了”正正正反“则甲获胜, 若出现了”正反反反“则乙获胜。求甲乙二人各自获胜的概率。

by CXY。